

УДК 629.7.014.18; 510.852.61

**МЕТОДИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА
ЗАДАЧИ ОПИСАНИЯ ЗАМКНУТОЙ НА ЗАПАСАХ
СИСТЕМЫ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ
ЭКИПАЖЕЙ ПИЛОТИРУЕМЫХ КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ**

В.И. Дубинин, А.С. Харланов, О.А. Неклюдова

Канд. техн. наук В.И. Дубинин; докт. экон. наук А.С. Харланов
(ФГБУ «НИИ ЦПК имени Ю.А. Гагарина»)
О.А. Неклюдова (ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»)

В статье система обеспечения жизнедеятельности на запасах автономного обитаемого объекта представлена моделью, описываемой линейным уравнением ее технических и биологических подсистем, включающих экипаж, участвующих в согласованном (замкнутом) потреблении и производстве ресурсов. Функционирование системы определяется линейными ограничениями. Для оптимизации модели в части минимизации суммарной массы технических устройств пилотируемого космического объекта сформулировано решение с использованием симплекс-метода. Приведены правила анализа симплекс-таблиц.

Ключевые слова: пилотируемый космический объект, замкнутая на запасах система обеспечения жизнедеятельности, симплекс-метод

**Methodological and Mathematical Formulation of the Problem
of Describing a Resource-Based Life Support System for the
Crews of Manned Space Objects. V.I. Dubinin, A.S. Kharlanov,
O.A. Neklyudova**

The paper gives the model of a life support system, based on the resources of an autonomous inhabited object, which is described by a linear equation of its technical and biological subsystems, including a crew, participating in coordinated (closed) consumption and production of resources. The functioning of the system is determined by linear limitations. To optimize the model, as to minimizing the total mass of technical devices of the manned space object, a solution was formulated using the simplex method. The rules for analyzing simplex tables are given.

Keywords: manned spacecraft, reserve-based life support system, simplex method

Длительные полеты человека в космос, подводные экспедиции или исследования в средах, не предназначенных для жизнедеятельности, в настоящее время осуществляются с использованием обитаемых комплексов функционально обеспечивающих безопасность для их экипажей и реализующих экосистемы различной степени замкнутости (автономности). В обитаемых комплексах замкнутых экосистем живые организмы, растения и микроорганизмы, технические системы сосуществуют и взаимодействуют в замкнутой

среде, обеспечивая «потребности» друг друга и создавая саморегулирующиеся системы. Замкнутые экосистемы с человеком в своем составе включают системы жизнеобеспечения (СЖО) и предполагают использование запасов ресурсов, а также применение биорегенеративных систем, участвующих в очищении воздуха, производстве кислорода, переработке отходов и создании питания для экипажа.

К автономным обитаемым комплексам с замкнутой или частично пополняемой схемой использования ресурсов можно отнести пилотируемые космические объекты, глубоководные лаборатории, исследовательские изоляционные комплексы.

Для подобных обитаемых комплексов проектирование СЖО, как частной, имеет задачу определения оптимального комплекса подсистем СЖО, сбалансированного по круговороту ресурсов создаваемой экосистемы при условии обеспечения функционирования этой экосистемы заданное время в ограничениях объема запасов ресурсов для пополнения потерь.

Для описания отдельных процессов искусственных экосистем СЖО, как правило, используются системы дифференциальных уравнений [1–3], марковские процессы или прикладные модели систем многоуровневого использования запасов [4].

Получение оптимальных решений для СЖО представляет громоздкую задачу, решение которой на начальном этапе проектирования обитаемых комплексов не всегда видится целесообразным.

Линейная модель СЖО на запасах автономного обитаемого объекта

Определим замкнутую на запасах СЖО (далее – СЖО ЗЗ) как систему, обеспечивающую жизнедеятельность экипажа и включающую в себя экипаж, в период экспедиции заданной длительности, в которой, на начальный момент экспедиции, сформированы запасы необходимых ресурсов, а подсистемы (составные части) СЖО ЗЗ характеризуются показателями потребления и воспроизведения (восстановления, регенерации) ресурсов.

Если принять, что длительность циклов потребления и/или воспроизведения ресурсов для всех рассматриваемых подсистем СЖО ЗЗ существенно меньше длительности экспедиции и их функционирование не ограничивается отказами, тогда моделью функционирования подсистем можно принять линейное уравнение с усредненными коэффициентами потребления и производства ресурсов.

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{c}_i \times X_i, \quad (1)$$

где \mathbf{r}_i – вектор ресурсов i -й подсистемы;

\mathbf{c}_i – вектор коэффициентов для ресурсов, циркулирующих в i -й подсистеме;

X_i – количество i -х подсистем в СЖО ЗЗ.

Для пилотируемого космического объекта (далее – ПКО), например, к подсистемам СЖО 33 можно отнести экипаж, оранжерейную установку (далее – Оранжерея), устройство регенерации воды из урины (далее – Сепаратор), комплекс переработки биомассы (далее – Биореактор), систему обеспечения газового состава и другое. Ресурсами на ПКО являются вода, кислород, углекислый газ, биомасса, отходы жизнедеятельности и другое, которые включены в экосистему ПКО с потерями, поддерживаемую СЖО 33 из запасов за период экспедиции.

Описанный выше пример с введенными обозначениями в формуле (1) формально можно представить в виде табл. 1.

Таблица 1

Обозначение подсистем и ресурсов модели СЖО 33

| Подсистема | Колич-во | Масса, ед. | Ресурс | | | | |
|--------------|----------|------------|------------------|-----------------|--------------|--------------------------|-----------|
| | | | H ₂ O | CO ₂ | Биомасса | Отходы жизнедеятельности | |
| | | | | | | Урина | Иное |
| Член экипажа | X_1 | – | $-C_{11}$ | C_{12} | $-C_{13}$ | C_{14} | C_{15} |
| Оранжерея | X_2 | m_2 | $-C_{21}$ | $-C_{22}$ | C_{23} | $C_{24} = 0$ | C_{25} |
| Сепаратор | X_3 | m_3 | C_{31} | $C_{32} = 0$ | $C_{33} = 0$ | $-C_{34}$ | C_{35} |
| Биореактор | X_4 | m_4 | $-C_{41}$ | $C_{42} = 0$ | C_{43} | $C_{44} = 0$ | $-C_{45}$ |
| Запас | | | Z_3 | – | Z_3 | – | – |
| Ограничение | | | T_1 | T_2 | – | – | – |

Табл. 1 – суть модель СЖО 33, в которой отрицательный коэффициент ресурса показывает, что подсистема потребляет его, положительный – производит и ноль – не взаимодействует.

Запишем для модели требование минимизации массы технических систем в ее составе, что для ПКО тождественно минимизации стоимости с учетом выведения их на орбиту.

$$m_2X_2 + m_3X_3 + m_4X_4 \rightarrow \min, \tag{2}$$

и требования – ограничения для функционирования СЖО 33:

| Описание требования (обозначение) | Запись | |
|---|--|-------|
| Экипаж в составе не менее n человек (Огр1) | $X_1 \geq n$ | } (3) |
| Ограничение по запасу и допустимому остатку H ₂ O (Огр2; Огр3) | $C_{11}X_1 + C_{21}X_2 - C_{31}X_3 + C_{41}X_4 \geq -Z_1$ $-C_{11}X_1 - C_{21}X_2 + C_{31}X_3 - C_{41}X_4 \geq T_1$ | |
| Ограничение не превышения CO ₂ (Огр4) | $-C_{12}X_1 + C_{22}X_2 \geq -T_2$ | |
| Ограничение по запасам питания (Огр5) | $C_{13}X_1 - C_{23}X_2 - C_{43}X_4 \geq -Z_3$ | |
| Требование переработки всей урины (Огр6; Огр7) | $C_{14}X_1 - C_{34}X_3 \geq 0$ $-C_{14}X_1 + C_{34}X_3 \geq 0$ | |
| Требование переработки всех иных отходов (Огр8; Огр9) | $C_{15}X_1 + C_{25}X_2 + C_{35}X_3 - C_{45}X_4 \geq 0$ $-C_{15}X_1 - C_{25}X_2 - C_{35}X_3 + C_{45}X_4 \geq 0$ | |

Записи (2, 3) являются формулировкой задачи линейного программирования, а приведенное описание – методико-математической формулировкой задачи оптимизации замкнутой на запасах системы обеспечения жизнедеятельности экипажей.

Формирование и анализ симплекс-таблиц для модели СЖО 33 с целочисленными аргументами и ограничениями-равенствами

Решение сформулированной задачи в формулах (1–3) достигается составлением, анализом и расчетом симплекс-таблиц [5].

Приведем один из методических вариантов.

Используем обозначения табл. 1 и ограничения в формуле (3) и заполним начальную симплекс-таблицу.

Таблица 2

Начальная симплекс-таблица (начальный вид)

| | c | Функционал | Компонента вектора <i>a</i> | | | | | | | | | | | | | | |
|--------------------------------------|---|------------|-----------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------|------|------|------|--------------|--------------------|
| | | | Огр1 | Огр2 | Огр3 | Огр4 | Огр5 | Огр6 | Огр7 | Огр8 | Огр9 | Реш1 | Реш2 | Реш3 | Реш4 | Частное | Разрешающая строка |
| Const: | - | - | <i>n</i> | $-Z_1$ | T_1 | $-T_2$ | $-Z_3$ | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | - | - |
| X_1 | 0 | 0 | 1 | C_{11} | $-C_{11}$ | $-C_{12}$ | C_{13} | C_{14} | $-C_{14}$ | C_{15} | $-C_{15}$ | 1 | 0 | 0 | 0 | - | - |
| X_2 | 0 | m_2 | 0 | C_{21} | $-C_{21}$ | C_{22} | $-C_{23}$ | 0 | 0 | C_{25} | $-C_{25}$ | 0 | 1 | 0 | 0 | - | - |
| X_3 | 0 | m_3 | 0 | $-C_{31}$ | C_{31} | 0 | 0 | $-C_{34}$ | C_{34} | C_{35} | $-C_{35}$ | 0 | 0 | 1 | 0 | C_{31}/m_3 | <i>j0</i> |
| X_4 | 0 | m_4 | 0 | C_{41} | $-C_{41}$ | 0 | $-C_{43}$ | 0 | 0 | $-C_{45}$ | C_{45} | 0 | 0 | 0 | 1 | - | - |
| $c \times a$ | - | - | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | - | - |
| $\Delta = c \times a - \text{Const}$ | - | - | -2 | Z_1 | $-T_1$ | T_2 | Z_3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | - | - |
| Разрешающий столбец | - | - | - | - | <i>i0</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |

Правила анализа симплекс-таблицы:

1. Если в строке Δ все значения не отрицательны – решение найдено.
2. Если строка Δ содержит отрицательные значения, то *выбирается наименьшее отрицательное значение* и этот столбец назначается разрешающим столбцом текущей итерации решения: *i0*.
3. Если в разрешающем столбце нет положительного числа – задача не имеет решения.
4. Для всех положительных значений разрешающего столбца рассчитывается положительное частное: значение делится на соответствующее ему в строке величину функционала. Из всех рассчитанных значений частных выбирается *минимальное*, оно определяет разрешающую строку: *j0*.

5. Пересечение разрешающего столбца и разрешающей строки определяет разрешающий элемент $a_{i_0j_0}$ (выделено цветом).

Правила формирования новой симплекс-таблицы:

6. Значение разрешающего элемента переносим по строке в соответствующее значение множителя c_{j_0} таблицы следующей итерации.

7. Всем элементам разрешающего столбца присваивается значение 0.

8. Значение на позиции разрешающего элемента таблицы следующей итерации равно 1.

9. Элементы разрешающей строки рассчитываются по формуле.

10. Остальные элементы рассчитываются по правилу прямоугольника:

$$a_{ij}^{\text{нов}} = a_{ij} - \frac{a_{ij_0} * a_{i_0j}}{a_{i_0j_0}}.$$

11. Переходим к правилу 1. При выполнении условия п. 1 решение находится в строке Δ под диагональной матрицей.

Выводы

Приведенное описание на этапах проектирования ПКО (инженерная записка, аванпроект, эскизный проект) позволяет сформулировать и решать следующие оптимизационные задачи:

– для заданных объемов запасов и характеристик производительности ресурсов СЖО 33 определить оптимальным образом, в смысле минимума массы технических систем, количество технических СЖО 33;

– для заданного количества и характеристик технических СЖО 33 определить требуемый начальный объем запасов ресурсов;

– для заданного количества СЖО 33 и начального объема запасов ресурсов определить характеристики технических СЖО 33.

Отметим, чтобы избежать в решении результата «полтора землекопа» и получить решение для целочисленного экипажа следует ввести в симплекс-таблицу дополнительное ограничение « $-X_1 \geq -n$ ».

ЛИТЕРАТУРА

1. Гладышев, Н.Ф. Системы и средства регенерации и очистки воздуха обитаемых герметичных объектов / Н.Ф. Гладышев, Т.В. Гладышева, С.И. Дворецкий. – Москва: Спектр, 2016. – 204 с.
2. Математическое моделирование и исследование устойчивости биологических сообществ: Учебное пособие. 2-е изд. / А.Ю. Александров, А.В. Платонов, В.Н. Старков, Н.А. Степенко. – СПб.: Лань, 2016. – 272 с.
3. Математическое моделирование в экологии: Историко-методологический анализ / В.Н. Тутубалин, Ю.М. Барабашева, А.А. Григорян [и др.]. – Москва: Языки русской культуры, 1999. – 208 с.

4. Шаламов, А.С. Теоретические основы математического моделирования процессов инженерно-авиационного обеспечения: Учебное пособие. – Москва: Издание ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 1996. – 148 с.
5. Ашманов, С.А. Линейное программирование: Учебное пособие. – Москва: Наука, 1981. – 304 с.

REFERENCES

1. Gladyshev, N.F. Systems and means of regeneration and purification of air in habitable sealed objects / N.F. Gladyshev, T.V. Gladysheva, S.I. Dvoretzky. – Moscow: Spectrum, 2016. – 204 p.
2. Mathematical modeling and study of stability of biological communities: Textbook. 2nd ed. / A.Yu. Aleksandrov, A.V. Platonov, V.N. Starkov, N.A. Stepenko. – St. Petersburg: Lan, 2016. – 272 p.
3. Mathematical modeling in ecology: Historical and methodological analysis / V.N. Tutubalin, Yu.M. Barabasheva, A.A. Grigoryan [et al.]. – Moscow: Languages of Russian culture, 1999. – 208 p.
4. Shalamov, A.S. Theoretical foundations of mathematical modeling of engineering-aviation support processes: Textbook. – Moscow: Publication VVIA named after prof. N.E. Zhukovsky, 1996. – 148 p.
5. Ashmanov, S.A. Linear programming: Textbook. – Moscow: Nauka, 1981. – 304 p.